

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования «Мордовский государственный педагогический  
университет имени М.Е. Евсевьева»**

Физико-математический факультет

Кафедра математики и методики обучения математике

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Наименование дисциплины (модуля): Элементы математического анализа в комплексной области

Уровень ОПОП: Бакалавриат

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика. Информатика

Форма обучения: Очная

Разработчики:

Базаркина О. А., канд. физ.-мат. наук, доцент

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры, протокол № 11 от 24.05.2018 года

Зав. кафедрой



Ладощкин М. В.

Программа с обновлениями рассмотрена и утверждена на заседании кафедры, протокол № 11 от 27.06.2020 года

Зав. кафедрой



Ладощкин М. В.

Программа с обновлениями рассмотрена и утверждена на заседании кафедры, протокол № 1 от 31.08.2020 года

Зав. кафедрой



Ладощкин М. В.

## 1. Цель и задачи изучения дисциплины

Цель изучения дисциплины - формирование систематизированных знаний и методов решения задач в области теории функций комплексного переменного, для его подготовки к реализации образовательных программ по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов.

Задачи дисциплины:

- изучить операции дифференцирования и интегрирования для функций комплексного переменного;
- познакомить с конформными отображениями, их свойствами;
- освоить новый математический аппарат (разложение в ряд Лорана, конформные отображения, вычеты и их применение к решению задач);
- осуществить межпредметные связи с уже изученными математическими курсами (математический анализ, алгебра, аналитическая геометрия);
- провести анализ элементов математического анализа в комплексной области, возможных для изучения в школьном курсе «Алгебра и начала математического анализа», и разработать методику обучения им.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина Б1.В.ДВ.05.03 «Элементы математического анализа в комплексной области» относится к вариативной части учебного плана.

Дисциплина изучается на 3 курсе, в 5, 6 семестрах.

Для изучения дисциплины требуется: знание всех разделов математического анализа, изучаемого студентами на первом и втором курсах.

Изучению дисциплины Б1.В.ДВ.05.03 «Элементы математического анализа в комплексной области» предшествует освоение дисциплин (практик):

Б1.В.04 Математический анализ;

Б1.В.06 Элементарная математика.

Освоение дисциплины Б1.В.ДВ.05.03 «Элементы математического анализа в комплексной области» является необходимой основой для последующего изучения дисциплин (практик):

Б3.Б.01(Г) Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена.

Область профессиональной деятельности, на которую ориентирует дисциплина «Элементы математического анализа в комплексной области», включает: образование, социальную сферу, культуру.

Освоение дисциплины готовит к работе со следующими объектами профессиональной деятельности:

- обучение;
- воспитание;
- развитие;
- образовательные системы.

В процессе изучения дисциплины студент готовится к видам профессиональной деятельности и решению профессиональных задач, предусмотренных ФГОС ВО и учебным планом.

## 3. Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование компетенций и трудовых функций (профессиональный стандарт Педагог (педагогическая деятельность в дошкольном, начальном общем, основном общем, среднем общем образовании) (воспитатель, учитель), утвержден приказом Министерства труда и социальной защиты №544н от 18.10.2013).

Выпускник должен обладать следующими профессиональными компетенциями (ПК) в соответствии с видами деятельности:

<b>ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов</b>
---

### педагогическая деятельность

ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями	Знать: - основные положения современных естественных наук, методы математической
---	---

образовательных стандартов	<p>обработки информации;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные понятия теории функций комплексной переменной;</li> <li>- основные факты (теоремы, свойства) комплексного анализа;</li> <li>- основные методы теории функций комплексной переменной.</li> </ul> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- используя определения и теоремы, проводить исследования, связанные с основными понятиями курса;</li> <li>- вычислять пределы, производные, интегралы в комплексной области, строить простейшие конформные отображения.</li> </ul> <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основными положениями классических разделов теории функций комплексного переменного;</li> <li>- базовыми идеями и методами теории функций комплексной переменной;</li> <li>- основными понятиями школьного курса математики, связанные с теорией функций комплексного переменного (профильный уровень).</li> </ul>
----------------------------	---

ПК-2 способностью использовать современные методы и технологии обучения и диагностики

#### педагогическая деятельность

ПК-2 способностью использовать современные методы и технологии обучения и диагностики	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- современные методы и технологии обучения и диагностики.</li> </ul> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- использовать современные методы и технологии обучения и диагностики.</li> </ul> <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками применения современных методов и технологий обучения и диагностики.</li> </ul>
---	---

#### 4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Пятый семестр	Шестой семестр
<b>Контактная работа (всего)</b>	<b>54</b>	<b>18</b>	<b>36</b>
Практические	36	18	18
Лекции	18		18
<b>Самостоятельная работа (всего)</b>	<b>162</b>	90	72
<b>Виды промежуточной аттестации</b>			
Зачет		+	+
<b>Общая трудоемкость часы</b>	<b>216</b>	<b>108</b>	<b>108</b>
<b>Общая трудоемкость зачетные единицы</b>	<b>6</b>	<b>3</b>	<b>3</b>

#### 5. Содержание дисциплины

##### 5.1. Содержание модулей дисциплины

##### Модуль 1. Последовательности комплексных чисел:

Комплексные числа и действия над ними. Предел последовательности комплексных чисел.

Сходимость рядов с комплексными членами. Бесконечность и стереографическая проекция. Непрерывность функции в точке и на множестве. Свойства непрерывных функций. Функции комплексного переменного. Предел и непрерывность. Свойства непрерывных функций.

### **Модуль 2. Дифференцирование функции комплексного переменного:**

Производная и дифференциал функции комплексного переменного. Правила дифференцирования. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости.

Геометрический смысл аргумента и модуля производной. Понятие конформного отображения I и II рода. Элементарные функции и их свойства.

### **Модуль 3. Интегрирование функции комплексного переменного:**

Комплексные числа и действия над ними. Последовательность комплексных чисел.

Определение комплекснозначной функции комплексной переменной. Непрерывность функции в точке и на множестве. Свойства непрерывных функций.

### **Модуль 4. Ряды функции комплексного переменного:**

Производная и дифференциал функции комплексного переменного. Правила дифференцирования. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости. Понятие аналитической функции. Геометрический смысл аргумента и модуля производной. Понятие конформного отображения I и II рода. Элементарные функции и их свойства.

## **5.2. Содержание дисциплины: Лекции (18 ч.)**

### **Модуль 1. Последовательности комплексных чисел (8 ч.)**

Тема 1. Комплексные числа и действия над ними (2 ч.)

Определение комплексного числа, формы записи комплексных чисел, действия над комплексными числами.

Тема 2. Последовательность комплексных чисел (2 ч.)

Определение последовательности комплексных чисел. Предел последовательности.

Необходимое и достаточное условие сходимости числовой последовательности. Свойства сходящихся числовых последовательностей.

Тема 3. Определение комплекснозначной функции комплексной переменной. (2 ч.)

Определение комплекснозначной функции комплексной переменной. Однозначные и многозначные функции. Отображения плоскости с помощью функции. Примеры. Предел функции в конечной точке и на бесконечности. Необходимые и достаточные условия существования конечного предела функции.

Тема 4. Непрерывность функции в точке и на множестве. Свойства непрерывных функций. (2ч.)

Непрерывность функции в точке и на множестве. Свойства непрерывных функций.

### **Модуль 2. Дифференцирование функции комплексного переменного (10 ч.)**

Тема 5. Производная и дифференциал функции комплексного переменного. Правила дифференцирования. (2 ч.)

Производная и дифференциал функции комплексного переменного. Правила дифференцирования.

Тема 6. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости. (2 ч.)

Необходимое и достаточное условия дифференцируемости.

Тема 7. Понятие аналитической функции. (2 ч.)

Понятие аналитической функции. Свойства аналитической функции.

Тема 8. Геометрический смысл аргумента и модуля производной. Понятие конформного отображения I и II рода. (2 ч.)

Геометрический смысл аргумента и модуля производной. Понятие конформного отображения I и II рода.

Тема 9. Элементарные функции и их свойства (2 ч.)

Элементарные функции и их свойства.

## **5.3. Содержание дисциплины: Практические (36 ч.)**

### **Модуль 1. Последовательности комплексных чисел (8 ч.)**

Тема 1. Комплексные числа и действия над ними (2 ч.)

Комплексные числа, действия над ними в различной форме. Корень  $n$ -ой степени из комплексного числа. Формула Муавра.

Тема 2. Предел последовательности комплексных чисел. Сходимость рядов с комплексными членами. Бесконечность и стереографическая проекция. (2 ч.)

Предел последовательности комплексных чисел. Сходимость рядов с комплексными членами. Бесконечность и стереографическая проекция.

Тема 3. Непрерывность функции в точке и на множестве. Свойства непрерывных функций. (2ч.)

Непрерывность функции в точке и на множестве. Свойства непрерывных функций.

Тема 4. Функции комплексного переменного. Предел и непрерывность. Свойства непрерывных функций. (2 ч.)

Функции комплексного переменного. Предел и непрерывность. Свойства непрерывных функций.

### **Модуль 2. Дифференцирование функции комплексного переменного (10 ч.)**

Тема 5. Производная и дифференциал функции комплексного переменного. Правила дифференцирования. (2 ч.)

Производная и дифференциал функции комплексного переменного. Правила дифференцирования.

Тема 6. Производная и дифференциал функции комплексного переменного. Правила дифференцирования. (2 ч.)

Производная и дифференциал функции комплексного переменного. Правила дифференцирования.

Тема 7. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости. (2 ч.)

Необходимое и достаточное условия дифференцируемости.

Тема 8. Геометрический смысл аргумента и модуля производной. Понятие конформного отображения I и II рода. (2 ч.)

Геометрический смысл аргумента и модуля производной. Понятие конформного отображения I и II рода.

Тема 9. Элементарные функции и их свойства (2 ч.)

Элементарные функции и их свойства

### **Модуль 3. Интегрирование функции комплексного переменного (10 ч.)**

Тема 10. Интеграл от функции комплексного переменного (2 ч.)

Интеграл от функции комплексного переменного, условия его существования, свойства. Интегральная теорема Коши.

Тема 11. Интеграл с переменным верхним пределом. Первообразная функции. Теорема об общем виде первообразных. (2 ч.)

Интеграл с переменным верхним пределом. Первообразная функции. Теорема об общем виде первообразных.

Тема 12. Формула Ньютона-Лейбница. Обобщения интегральной теоремы Коши. (2 ч.)

Формула Ньютона-Лейбница. Обобщения интегральной теоремы Коши.

Тема 13. Интегральная формула Коши. Теорема Коши о бесконечной дифференцируемости аналитических функций. (2 ч.)

Интегральная формула Коши. Теорема Коши о бесконечной дифференцируемости аналитических функций.

Тема 14. Целые функции, теорема Лиувилля. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел. Теорема Морера. (2 ч.)

Целые функции, теорема Лиувилля. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел. Теорема Морера.

### **Модуль 4. Ряды функции комплексного переменного (8 ч.)**

Тема 15. Функциональные ряды (2 ч.)

Функциональные ряды, равномерная сходимость. Признак равномерной сходимости. Свойства равномерно сходящихся рядов непрерывных функций.

Тема 16. Аналитические функции (2 ч.)

Аналитичность суммы ряда из аналитических функций, возможность почленного дифференцирования. Степенные ряды. Теорема Абеля. Аналитичность суммы степенного ряда. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора. Единственность разложения. Тема 17. Ряд Лорана. Разложение аналитической в кольце функции в ряд Лорана. Единственность разложения. (2 ч.)

Ряд Лорана. Разложение аналитической в кольце функции в ряд Лорана. Единственность разложения.

Тема 18. Теорема Коши о вычетах. (2 ч.)

Изолированные особые точки однозначного характера, их характеристика. Вычет, вычисление вычета. Теорема Коши о вычетах. Вычет в бесконечно удаленной точке. Теорема о вычетах. Понятие об аналитическом продолжении.

## **6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

### **6.1 Вопросы и задания для самостоятельной работы**

#### **Пятый семестр (90 ч.)**

##### **Модуль 1. Последовательности комплексных чисел (36 ч.)**

Вид СРС: Выполнение индивидуального домашнего задания

Изучение основной и дополнительной литературы.

Разбор типового варианта.

Вариант индивидуального домашнего задания

1. Даны комплексные числа:  $z_1 = 2 - 3i$ ,  $z_2 = i + 1$ ,  $z_3 = -1 - i$ .

Вычислите: а)  $z_1 + z_2$ ; б)  $z_1 + z_3$ ; в)  $z_1 - z_2$ ; г)  $z_2 - z_3$ ; д)  $z_1 \cdot z_2$ ; е)  $z_3 \cdot z_2$ .

2. Вычислите: а)  $(2 - i)(2 + i) - (3 - 2i) + 7$ ; б)  $(1 + i)^4$ .

3. Найти частное комплексных чисел: а)  $\frac{1}{i}$ ; б)  $\frac{1}{1+i}$ ; в)  $\frac{5-i}{i+2}$ .

4. Представить следующие комплексные числа в тригонометрической форме:  $-3$ ;  $-i$ ;  $1 + i$ ;  $-1 + i\sqrt{3}$ .

5. Найти координаты точки  $M$ , изображающей комплексное число  $z = \frac{5i-2}{3i+1} + i + \frac{8i-3}{2-i}$ .

6. Решите уравнения в комплексных числах: а)  $x^2 - 4x + 8 = 0$ ; б)  $x^2 + ix + 6 = 0$ .

##### **Модуль 2. Дифференцирование функции комплексного переменного (54 ч.)**

Вид СРС: Выполнение индивидуального домашнего задания

Изучение основной и дополнительной литературы.

Разбор типового варианта.

Вариант индивидуального домашнего задания

1. Найти значения функции  $f(z) = \cos 3z$  в точке  $\frac{\pi}{6}i$ . Указать точки, в которых существует производная  $f'(z)$ .

2. Определить, может ли функция  $e^y \sin x + x$  быть действительной частью аналитической функции  $f(z)$ ? Если да то найти  $f(z)$ .

3. Вычислить производную  $f(z) = z^2 - 2iz + 1$  в точке  $z = 1 + i$ .

#### **Шестой семестр (72 ч.)**

##### **Модуль 3. Интегрирование функции комплексного переменного (36 ч.)**

Вид СРС: Выполнение индивидуального домашнего задания

Изучение основной и дополнительной литературы.

Разбор типового варианта.

Вариант индивидуального домашнего задания

$$\int_L (2 - i + 3\bar{z}) dz \quad \int_L e^z dz$$

1. Вычислить следующие интегралы:

где  $L$  – соединяет точки  $z_1 = 0, z_2 = 1 + i$ :

- а) по прямой;
  - б) по параболе;
  - в) по ломаной, состоящей из отрезков параллельных координатным осям.
- Сравнить полученные результаты.

#### Модуль 4. Ряды функции комплексного переменного (36 ч.)

Вид СРС: Выполнение индивидуального домашнего задания

Изучение основной и дополнительной литературы.

Разбор типового варианта.

Вариант индивидуального домашнего задания

1. Найти радиус и круг сходимости ряда

а)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z+2)^n}{n!}$

б)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{2^n} (z+3)^n$

в)  $\sum_{n=1}^{\infty} (z+1)^n \frac{2n+1}{n^2}$

2. Разложить функцию  $f(z)$  в ряд Лорана в указанной области.

Изобразить область.

а)  $f(z) = \frac{z+1}{z^2+7z+10}, 2 < |z| < 5.$

б)  $f(z) = \frac{z+3}{z^2+4z-5}, 1 < |z| < 5.$

в)  $f(z) = \frac{z-5}{z^2+3z-10}, 2 < |z| < 5.$

#### 7. Тематика курсовых работ(проектов)

Курсовые работы (проекты) по дисциплине не предусмотрены.

#### 8. Оценочные средства для промежуточной аттестации

##### 8.1. Компетенции и этапы формирования

Коды компетенций	Этапы формирования		
	Курс, семестр	Форма контроля	Модули (разделы) дисциплины
ПК-1	3 курс, Пятый семестр	Зачет	Модуль 1: Последовательности комплексных чисел.
ПК-1	3 курс, Пятый семестр	Зачет	Модуль 2: Дифференцирование функции комплексного переменного

ПК-1	3 курс, Шестой семестр	Экзамен	Модуль 3: Интегрирование функции комплексного переменного
ПК-2	3 курс, Шестой семестр	Экзамен	Модуль 4: Ряды функции комплексного переменного.

Сведения об иных дисциплинах, участвующих в формировании данных компетенций:

Компетенция ПК-1 формируется в процессе изучения дисциплин:

Методика обучения математике, Методика обучения информатике, Теоретические основы информатики, Математический анализ, Программирование, Элементарная математика, Алгебра, Компьютерные сети, Компьютерная алгебра, Компьютерное моделирование, Математическое моделирование, Компьютерная графика, Информационные системы, Интернет-технологии, Практикум по информационным технологиям, Численные методы, Геометрия, Вводный курс математики, Системы компьютерной математики, Разработка электронных образовательных ресурсов и методика их оценки, Проектирование информационно-образовательной среды, Разработка интерактивного учебного контента, Свободное программное обеспечение в образовании, Исследовательская и проектная деятельность учащихся по информатике, Внеурочная деятельность учащихся по информатике, Современный урок информатики, Элементы функционального анализа, Геометрические и физические приложения определенного интеграла, Технология обучения учащихся решению математических задач, Технология обучения математическим доказательствам в школе, Технология работы с теоремой в обучении математике, Защита информации в компьютерных сетях, Информационная безопасность в образовании, Криптографические основы безопасности, Решение задач по криптографии, Моделирование в системах динамической математики, Применение систем динамической математики в образовании, Аналитические вычисления в системах компьютерной математики, Имитационное моделирование, 3D моделирование, Проектирование в системах автоматизированного проектирования, Визуализация и анимация в 3D редакторах, Технологии дополненной и виртуальной реальности, Разработка приложений в Microsoft Visual Studio, Свободные инструментальные системы, Вычислительный эксперимент в свободных средах программирования, Технологии разработки мобильных приложений, Методы аксиоматического построения алгебраических систем, Задачи с параметрами и методы их решения, Комбинаторные конструкции и производящие функции, Исследовательская и проектная деятельность в обучении математике, Воспитательная работа в обучении математике, Современный урок математики, Решение задач повышенного уровня сложности по алгебре, Решение задач повышенного уровня сложности по геометрии, Решение задач повышенного уровня сложности по теории вероятностей, Интерактивные технологии обучения математике, Методика обучения учащихся нестандартным методам решения математических задач, Методика подготовки к государственной итоговой аттестации по математике, Методы решения задач по информатике, Решение олимпиадных задач по информатике, Решение геометрических задач средствами компьютерного моделирования, Решение прикладных задач информатики, Методы решения трансцендентных уравнений, неравенств и их систем, Методы решения задач государственной итоговой аттестации по математике, Векторно-координатный метод решения геометрических задач, Общая теория линейных операторов и ее приложение к решению геометрических задач, Элементы конструктивной геометрии в школьном курсе математики, Экстремальные задачи в школьном курсе математики, Исторический подход в обучении математике, Компетентностный подход в обучении математике, Технологический подход в обучении математике, Реализация прикладной направленности в обучении математике, Методология методики обучения математике, Технология укрупнения дидактических единиц в обучении математике, Современные технологии в обучении математике, Решение задач основного государственного экзамена по математике, Особенности подготовки к единому

государственному экзамену по математике на базовом уровне, Оптимизация и продвижение сайтов.

Компетенция ПК-2 формируется в процессе изучения дисциплин:

Информационные технологии в образовании, Методика обучения математике, Методика обучения информатике, Математический анализ, Физика, История математики, Основы психодиагностики личности и группы в деятельности учителя математики и информатики, Тренинг профессионально-личностного роста учителя математики и информатики, Основы психологической безопасности субъектов образования в процессе обучения математике, Технология обучения учащихся решению математических задач, Технология обучения математическим доказательствам в школе, Технология работы с теоремой в обучении математике, Технология разработки и методика проведения элективных курсов по информатике, Методика подготовки учащихся к государственной итоговой аттестации по информатике, Методика обучения информатике в профильных классах, Методика решения задач повышенной трудности по информатике, Компьютерная обработка результатов научного исследования, Информационные технологии в научных исследованиях, Подготовка учебных и научных документов в LaTeX, Визуализация решений математических задач, Компетентностный подход в обучении математике, Технологический подход в обучении математике, Реализация прикладной направленности в обучении математике, Методология методики обучения математике, Технология укрупнения дидактических единиц в обучении математике, Решение задач основного государственного экзамена по математике, Особенности подготовки к единому государственному экзамену по математике на базовом уровне

## 8.2. Показатели и критерии оценивания компетенций, шкалы оценивания

В рамках изучаемой дисциплины студент демонстрирует уровни овладения компетенциями:

Повышенный уровень:

знает и понимает теоретическое содержание дисциплины; творчески использует ресурсы (технологии, средства) для решения профессиональных задач; владеет навыками решения практических задач.

Базовый уровень:

знает и понимает теоретическое содержание; в достаточной степени сформированы умения применять на практике и переносить из одной научной области в другую теоретические знания; умения и навыки демонстрируются в учебной и практической деятельности; имеет навыки оценивания собственных достижений; умеет определять проблемы и потребности в конкретной области профессиональной деятельности.

Пороговый уровень:

понимает теоретическое содержание; имеет представление о проблемах, процессах, явлениях; знаком с терминологией, сущностью, характеристиками изучаемых явлений; демонстрирует практические умения применения знаний в конкретных ситуациях профессиональной деятельности.

Уровень ниже порогового:

имеются пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, студент допускает принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий, не способен продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании вуза без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

Уровень сформированности компетенции	Шкала оценивания для промежуточной аттестации	Шкала оценивания по БРС
	Зачет	
Повышенный	зачтено	90 – 100%
Базовый	зачтено	76 – 89%
Пороговый	зачтено	60 – 75%
Ниже порогового	незачтено	Ниже 60%

Критерии оценки знаний студентов по дисциплине

Оценка	Показатели
--------	------------

Зачтено	Студент знает: основные понятия, определения и теоремы изучаемой предметной области; демонстрирует умение объяснять применяемые методы решения; владеет математической терминологией. Ответ логичен и последователен, отличается глубиной и полнотой раскрытия темы, выводы доказательны.
Незачтено	Студент демонстрирует незнание основного содержания дисциплины, обнаруживая существенные пробелы в знаниях учебного материала, допускает принципиальные ошибки в выполнении предлагаемых заданий; затрудняется делать выводы и отвечать на дополнительные вопросы преподавателя.

### 8.3. Вопросы, задания текущего контроля

ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов

1. Рассмотрите возможность изучения темы "Комплексные числа" в школьном курсе математики.
2. Сконструируйте задачу, отражающую использование темы "Комплексные числа" в школьном курсе математики.
3. Решите задачу, предложенную в п.2 школьными методами и проведите сравнительный анализ решения.

### 8.4. Вопросы промежуточной аттестации

#### Пятый семестр (Зачет, ПК-1)

1. Введите понятие комплексного числа. Опишите действия над комплексными числами.
2. Сформулируйте определение операции умножения комплексных чисел. Укажите, как связаны модуль и аргумент произведения комплексных чисел с модулями и аргументами множителей.
3. Сформулируйте определение операции деления комплексных чисел. Укажите, как связаны модуль и аргумент частного комплексных чисел с модулями и аргументами делимого и делителя.
4. Запишите формулы произведения и частного двух комплексных чисел, представленных в тригонометрической форме.
5. Запишите неравенства треугольника для комплексных чисел.
6. Запишите формулу возведения комплексного числа в натуральную степень. Укажите, как меняются модуль и аргумент при возведении комплексного числа в натуральную степень.
7. Запишите формулу извлечения корня  $n$ -ой степени из комплексного числа ( $n$  – натуральное число). Как меняются модуль и аргумент при извлечении корня  $n$ -ой степени? Как располагаются значения корня  $n$ -ой степени на комплексной плоскости?
8. Запишите формулы Муавра и Эйлера.
9. Сформулируйте определение предела последовательности комплексных чисел. Приведите примеры последовательности, имеющей предел, и последовательности, не имеющей предела.
10. Сформулируйте теорему о связи существования предела последовательности комплексных чисел с существованием пределов последовательностей действительных чисел.
11. Выразите действительную и мнимую части комплексного числа через пару комплексно сопряженных чисел.
12. Выведите формулы для произведения комплексных чисел в тригонометрической и показательной форме.
13. Выведите формулы для отношения комплексных чисел в тригонометрической и показательной форме.
14. Докажите теорему о связи существования предела последовательности комплексных

чисел с существованием пределов последовательностей действительных чисел

15. Сформулируйте определение последовательности комплексных чисел.
16. Сформулируйте необходимое и достаточное условие существования конечного предела числовой последовательности.
17. Охарактеризуйте свойства сходящихся последовательностей комплексных чисел.
18. Определите комплексный числовой ряд. Сформулируйте необходимое и достаточное условие его сходимости.
19. Опишите функции комплексного переменного, приведите примеры.
20. Сформулируйте определение предела функции комплексного переменного, приведите примеры.
21. Сформулируйте необходимое и достаточное условие существования конечного предела.
22. Сформулируйте определение непрерывности функции в точке и на множестве, опишите свойства непрерывных функций.
23. Определите понятие производной и дифференциала функции, опишите правила дифференцирования.
24. Сформулируйте необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции в точке, определение аналитических функций, приведите примеры.
25. Раскройте геометрический смысл аргумента и модуля производной комплексной функции комплексного переменного.

#### **Шестой семестр (Зачет, ПК-1, ПК-2)**

26. Опишите конформные отображения.
27. Опишите степенную функцию и радикал, ее свойства.
28. Опишите дробно-линейную функцию и ее свойства.
29. Опишите показательную функцию и ее свойства.
30. Опишите логарифмическую функцию и ее свойства.
31. Опишите тригонометрические функции и их свойства.
32. Определите комплексный интеграл, приведите примеры.
33. Опишите простейшие свойства интеграла, вытекающие из его определения.
34. Опишите простейшие свойства интеграла, вытекающие из свойств криволинейных интегралов II рода.
35. Опишите сведение комплексного интеграла к обычному интегралу Римана.
36. Сформулируйте теорему Коши для аналитических функций.
37. Определите интеграл с переменным верхним пределом от аналитической функции.
38. Опишите интегральную формулу Коши для аналитической функции и для ее производных.
39. Опишите сведение комплексного интеграла к двум криволинейным интегралам II рода.
40. Запишите формулу Ньютона-Лейбница, приведите примеры.
41. Определите функциональный ряд, приведите примеры.
42. Сформулируйте теоремы Вейерштрасса о рядах с аналитическими функциями
43. Определите аналитичность суммы степенного ряда и бесконечной дифференцируемости
44. Опишите разложение аналитической функции в ряд Тейлора, докажете единственность разложения
45. Определите ряд Лорана, приведите примеры.
46. Определите понятие вычета, опишите вычисление вычета в особых точках.
47. Определите функциональный ряд, приведите примеры.
48. Сумма ряда, область сходимости.
49. Понятие равномерной сходимости, признак Вейерштрасса.
50. Степенные ряды.
51. Опишите возможность изучения элементов теории функций комплексного переменного в школьном курсе математики.

## **8.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Промежуточная аттестация проводится в форме зачета и экзамена.

Экзамен по дисциплине или ее части имеет цель оценить сформированность профессиональных компетенций, теоретическую подготовку студента, его способность к творческому мышлению, приобретенные им навыки самостоятельной работы, умение синтезировать полученные знания и применять их при решении практических задач.

При балльно-рейтинговом контроле знаний итоговая оценка выставляется с учетом набранной суммы баллов.

Устный ответ на зачете и экзамене.

При определении уровня достижений студентов на экзамене необходимо обращать особое внимание на следующее:

- дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос;
- показана совокупность осознанных знаний об объекте, проявляющаяся в свободном оперировании понятиями, умении выделить существенные и несущественные его признаки, причинно-следственные связи;
- знание об объекте демонстрируется на фоне понимания его в системе данной науки и междисциплинарных связей;
- ответ формулируется в терминах науки, изложен литературным языком, логичен, доказателен, демонстрирует авторскую позицию студента;
- теоретические постулаты подтверждаются примерами из практики.

## **9. Перечень основной и дополнительной учебной литературы**

### **Основная литература**

1. Минькова, Р.М. Функции комплексного переменного в примерах и задачах : учебно-методическое пособие / Р.М. Минькова ; Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б. Н. Ельцина. – Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2014. – 57 с. : ил., табл., схем. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275814>

2. Попов, В.Н. Прикладные вопросы теории функций комплексного переменного : учебное пособие / В.Н. Попов ; Северный (Арктический) федеральный университет им. М. В. Ломоносова. – Архангельск : Северный (Арктический) федеральный университет (САФУ), 2013. – 164 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436400>

### **Дополнительная литература**

1. Свешников, А.Г. Теория функций комплексной переменной : учебник / А.Г. Свешников, А.Н. Тихонов. – 6-е изд., стереотип. – Москва : Физматлит, 2010. – 334 с. – (Курс высшей математики и математической физики). – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=75710>

## **10. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

1. <http://window.edu.ru/> – Единое окно доступа к образовательным ресурсам.
2. <https://fgos.ru/> – Федеральные государственные образовательные стандарты.
3. <http://www.allmath.ru/mathan.htm> – Вся математика в одном месте. Математический портал.

## **11. Методические указания обучающимся по освоению дисциплины (модуля)**

При освоении материала дисциплины необходимо:

- спланировать и распределить время, необходимое для изучения дисциплины;
- конкретизировать для себя план изучения материала;
- ознакомиться с объемом и характером внеаудиторной самостоятельной работы для полноценного освоения каждой из тем дисциплины.

Алгоритм работы над каждой темой:

- изучите содержание темы вначале по лекционному материалу, а затем по другим источникам;

- прочитайте дополнительную литературу из списка, предложенного преподавателем;
- выпишите в тетрадь основные категории и персоналии по теме, используя лекционный материал или словари, что поможет быстро повторить материал при подготовке к зачету;
- составьте краткий план ответа по каждому вопросу, выносимому на обсуждение на лабораторном занятии;
- выучите определения терминов, относящихся к теме;
- продумайте примеры и иллюстрации к ответу по изучаемой теме.

Рекомендации по работе с литературой:

- ознакомьтесь с аннотациями к рекомендованной литературе и определите основной метод изложения материала того или иного источника;
- выберите те источники, которые наиболее подходят для изучения конкретной темы.

## **12. Перечень информационных технологий**

Реализация учебной программы обеспечивается доступом каждого студента к информационным ресурсам – электронной библиотеке и сетевым ресурсам Интернет. Для использования ИКТ в учебном процессе используется программное обеспечение, позволяющее осуществлять поиск, хранение, систематизацию, анализ и презентацию информации, экспорт информации на цифровые носители, организацию взаимодействия в реальной и виртуальной образовательной среде.

Индивидуальные результаты освоения дисциплины студентами фиксируются в электронной информационно-образовательной среде университета.

### **12.1 Перечень программного обеспечения (обновление производится по мере появления новых версий программы)**

1. MicrosoftWindows 7 Pro
2. MicrosoftOfficeProfessionalPlus 2010
3. 1С: Университет ПРОФ

### **12.2 Перечень информационных справочных систем (обновление выполняется еженедельно)**

1. Информационно-правовая система «ГАРАНТ» (<http://www.garant.ru>)
2. Справочная правовая система «КонсультантПлюс» ( <http://www.consultant.ru>)

### **12.3 Перечень современных профессиональных баз данных**

1. Профессиональная база данных «Открытые данные Министерства образования и науки РФ» (<http://xn---8sbledzvacvuc0jbg.xn--80abucjiiibhv9a.xn--p1ai/opendata/>)
2. Электронная библиотечная система Znanium.com( <http://znanium.com/>)
3. Единое окно доступа к образовательным ресурсам (<http://window.edu.ru>)

## **13. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Для проведения аудиторных занятий необходим стандартный набор специализированной учебной мебели и учебного оборудования, а также мультимедийное оборудование для демонстрации презентаций на лекциях. Для проведения практических занятий, а также организации самостоятельной работы студентов необходим компьютерный класс с рабочими местами, обеспечивающими выход в Интернет.

Индивидуальные результаты освоения дисциплины фиксируются в электронной информационно-образовательной среде университета.

Реализация учебной программы обеспечивается доступом каждого студента к информационным ресурсам – электронной библиотеке и сетевым ресурсам Интернет. Для использования ИКТ в учебном процессе необходимо наличие программного обеспечения, позволяющего осуществлять поиск информации в сети Интернет, систематизацию, анализ и презентацию информации, экспорт информации на цифровые носители.

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, курсового проектирования (выполнения курсовых работ).

Школьный кабинет математики (№108, главный учебный корпус).

Помещение укомплектовано специализированной мебелью и техническими средствами

обучения.

Основное оборудование:

Наборы демонстрационного оборудования: автоматизированное рабочее место в составе (системный блок, монитор, клавиатура, мышь, гарнитура, проектор, интерактивная доска), магнитно-маркерная доска.

Учебно-наглядные пособия:

Презентации.

Помещение для самостоятельной работы (№225, главный учебный корпус).

Помещение укомплектовано специализированной мебелью и техническими средствами обучения.

Основное оборудование:

Компьютерная техника с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета (персональный компьютер 10 шт.).

Учебно-наглядные пособия:

Презентации.